ژرف اندیشان

تیزهوشان

ریاضیات دوره راهنمایی

قابل استفاده برای دانش آموزان ممتاز و نخبه جهت ورود به مدارس تیزهوشان غیر انتفاعی های برتر، مدارس نمونه دولتی و نمونه مردمی و آزمون های هوشی

ویژگی های کتاب:

- مفاهیم بنیادین ریاضی در قالب نکته
- سؤال های المپیاد ریاضی ایران، بلژیک، بلغارستان و آفریقای جنوبی
- تمام سرفصل های ریاضیات دوره سه ساله راهنمایی به تفکیک حساب و [illegible]
- سؤال های تیزهوشان، المپیاد ریاضی، مسابقات علمی، آزمون های تیمز و ...
- پاسخنامه کاملا تشریحی و نکته به نکته برای تمامی سؤالات

مؤلف: مسعود نژادمبشر

سرشناسه : نژاد مبشر، مسعود، ۱۳۶۲-
عنوان و نام پدیدآور: تیزهوشان ریاضیات دوره راهنمایی/ مولف : مسعود نژاد مبشر.
مشخصات نشر: تهران، ۱۳۸۷ ژرف اندیشان.
مشخصات ظاهری : ۴۵۰ص، مصوّر، جدول، نمودار.
شابک : ISBN -978-964-8951-93-6
وضعیت فهرست‌نویسی : فیپا. یادداشت: ۱۳۸۷ چاپ دوم.
موضوع : ریاضیات – آزمون ها و تمرین ها (راهنمایی)
موضوع : ریاضیات – مسایل، تمرین‌ها و غیره (راهنمایی)
موضوع : المپیادها (ریاضیات)
رده‌بندی کنگره : ۹ ر ۴۷ ن / ۲۶ / ۳۰۶۰ رده‌بندی دیویی: ۲۳۶۰۷۶
شماره کتاب‌شناسی ملی: ۱۳۰۶۳۷۲

عنوان .... تیزهوشان ریاضیات دوره‌ی راهنمایی
ناشر .... انتشارات ژرف اندیشان
مدیر مسئول .... اسدالله آقاجانی
نوبت چاپ .... دوم
شمارگان ۳۱۰۰
حروفچینی .... واحد فنی ژرف‌اندیشان
صفحه‌آرایی .... واحد فنی ژرف‌اندیشان
طراح جلد : .... سامان گلستانی
چاپ .... ایمان
صحافی .... البرز
قیمت ۵۸۰۰تومان

ژرف‌اندیشان  تلاش امروز = موفقیت فردا

نشانی انتشارات: تهران-میدان انقلاب-خیابان فخر رازی-بن‌بست فاتحی‌داریان پلاک ۳۱ ساختمان ژرف‌اندیشان
تلفن دفتر مرکزی: (۵۰ خط) ۶۶۴۸۲۵۶۰ نمابر: ۶۶۴۸۲۷۴۰
تلفن راهنما: ۷۷۴۳۷۴۳۳
E-mail: info@jarfandishan.ir www.jarfandishan.ir

اعتماد به نفس





هر جمله منفی که از ذهنتون خطور کنه یا به زبون بیارید، شاید با ۱۰ تا جمله مثبت قابل جبران نباشه.پس مثبت‌اندیش باشید و به خودتون، توانایی‌هاتون اعتماد داشته باشید و از اینکه به آرزوهاتون فکر کنید و اون‌ها رو بخواهید نترسید. گاهی بعضی از افراد قبل از اینکه کاری را امتحان کنند به خودشون می گن مسلما من نمی‌تونم چنین چیزی رو داشته باشم یا به اینجا برسم پس حتی به آروزهاشون فکر هم نمی‌کنند و اون رو رها می‌کنند به خواسته‌های کوچکتری می‌اندیشند.

به نام آن که جان را فکرت آموخت

یکی از راهبردهای مهم یادگیری، انجام تمرین‌های متناسب با اصول یادگیری و تکرار آن است و در این راستا آشنایی با نمونه سوال‌های آزمون‌های ورودی و تمرین بر روی آن‌ها، می‌تواند یکی از عوامل مهم موفقیت در آزمون‌های تیزهوشان، المپیادهای ریاضی، مسابقات علمی و ... باشد.

کتابی که در مقابل چشمان جستجوگر شما قرار دارد، مجموعه‌ای از سوال‌های تیزهوشان، المپیادهای ریاضی ایران و جهان، آزمون‌های تیمز، مسابقات علمی و ... می‌باشد که متناسب با سرفصل‌های دوره راهنمایی تفکیک شده است، ضمناً سعی شده است این کتاب برای عامه دانش‌آموزان دوره راهنمایی مفید واقع شود، اما دانش‌آموزان مستعد و علاقه‌مند به شرکت در آزمون‌های تیزهوشان و المپیادهای ریاضی، بهره‌ی بیشتری خواهند برد.

دانش‌آموزان علاقه‌مند به مسائل پیشرفته‌ی تیزهوشان و المپیادهای ریاضی با مطالعه این کتاب، بستر مناسب فکری و نظم ذهنی خواهند یافت که برای حل مسائل متنوع و خاص آماده شوند.

در انتخاب سوال‌ها تلاش کرده‌ام مسائل به‌گونه‌ای انتخاب شوند که حل هر سوال، مخاطبین را به حل سوال بعدی ترغیب نماید.

سوال‌هایی که با نماد (☆) مشخص شده‌اند، دارای مفاهیم بنیادین هستند، که دانش‌آموزان می‌توانند با مراجعه به پاسخ‌نامه تشریحی از این نکات بهره‌مند شوند.

از تمامی دبیران بزرگوار و دانش‌آموزان عزیز درخواست می‌شود، نظرات، پیشنهادات و انتقادات خود را به آدرس mobasher.olampiad @ gmail.com ارسال نمایند، تا در چاپ‌های بعدی اصلاح گردد.

به امید آن که توانسته باشم قطره‌ای از دریای بی‌کران محبت پدر و مادرم را جبران کرده باشم، این اثر کوچک را به آن بزرگواران تقدیم می‌کنم و بوسه بر دستان همیشه مهربانشان می‌زنم.

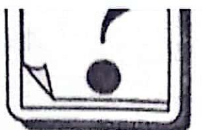
در پایان لازم می‌دانم از بذل توجه و عنایات مدیریت موسسه – انتشاراتی ژرف‌اندیشان جناب آقای اسدالله آقاجانی و همچنین سرکار خانم معصومه رمضانی که اینجانب را در تالیف کتاب حمایت کردند و هم‌چنین دانش‌آموز خوبم آقای محسن عزیزپور که زحمت ترجمه سوال‌های المپیاد را برعهده داشتند، کمال تشکر و قدردانی را به عمل آورم.

مسعود نژاد مبشر

فهرست

عنوان	صفحه
حساب	
فصل اول: (اعداد اول، مرکب، ...)	۷
پاسخ تشریحی فصل اول	۱۲
فصل دوم: (مقسوم‌علیه‌های یک عدد، ...)	۲۱
پاسخ تشریحی فصل دوم	۲۶
فصل سوم: (توان)	۳۳
پاسخ تشریحی فصل سوم	۴۳
فصل چهارم: (مبنا «دستگاه شمار»)	۵۹
پاسخ تشریحی فصل چهارم	۶۲
فصل پنجم: (جذر و رادیکال)	۶۹
پاسخ تشریحی فصل پنجم	۷۸
فصل ششم: (مجموعه‌های اعداد طبیعی، ..)	۹۳
پاسخ تشریحی فصل ششم	۹۷
فصل هفتم: (مجموعه)	۱۰۰
پاسخ تشریحی فصل هفتم	۱۰۴
فصل هشتم: (اعداد اعشاری)	۱۱۱
پاسخ تشریحی فصل هشتم	۱۱۴
فصل نهم: (اعداد صحیح)	۱۱۷
پاسخ تشریحی فصل نهم	۱۲۰
فصل دهم: (اعداد گویا)	۱۲۳
پاسخ تشریحی اعداد گویا	۱۳۴
فصل یازدهم: (نسبت، ...)	۱۵۲
پاسخ تشریحی فصل یازدهم	۱۵۹
فصل دوازدهم: (مختصات و بردار)	۱۷۱
پاسخ تشریحی فصل دوازدهم	۱۸۶
فصل سیزدهم: (عبارت‌های جبری)	۱۸۷
پاسخ تشریحی فصل سیزدهم	۱۹۶
فصل چهاردهم: (جبر و معادله)	۲۰۵
پاسخ تشریحی فصل چهاردهم	۲۱۲

عنوان	صفحه
فصل پانزدهم: (اعداد حقیقی)	۲۲۱
پاسخ تشریحی فصل پانزدهم	۲۲۴
فصل شانزدهم: (آمار و میانگین)	۲۲۷
پاسخ تشریحی فصل شانزدهم	۲۳۳
فصل هفدهم: (معادله خط)	۲۴۱
پاسخ تشریحی فصل هفدهم	۲۵۱
فصل هجدهم: (دستگاه معادلات خطی)	۲۷۰
پاسخ تشریحی فصل هجدهم	۲۷۵
هندسه	
فصل نوزدهم: (مثلث)	۲۸۱
پاسخ تشریحی فصل نوزدهم	۲۸۶
فصل بیستم: (چند ضلعی‌ها و چهارضلعی‌ها)	۲۹۳
پاسخ تشریحی فصل بیستم)	۲۹۶
فصل بیست و یکم: (زاویه و توازی)	۳۰۱
پاسخ تشریحی فصل بیست و یکم	۳۰۷
فصل بیست و دوم: (دایره)	۳۱۲
پاسخ تشریحی فصل بیست و یکم	۳۲۲
فصل بیست و سوم: (فیثاغورس)	۳۳۲
پاسخ تشریحی فصل بیست و سوم	۳۳۹
فصل بیست و چهارم: (تالس و تشابه)	۳۴۸
پاسخ تشریحی فصل بیست و چهارم	۳۵۴
فصل بیست و پنجم: (تقارن و دوران)	۳۵۹
پاسخ تشریحی فصل بیست و پنجم	۳۶۱
فصل بیست و ششم: (محیط، ...)	۳۶۲
پاسخ تشریحی فصل بیست و ششم	۳۷۶
فصل بیست و هفتم: (هوش و خلاقیت)	۳۹۴
پاسخ کلیدی فصل بیست و هفتم	۴۰۴
فصل بیست و هشتم: (المپیادهای ریاضی ایران و جهان)	۴۰۵
پاسخ کلیدی فصل بیست و هشتم	۴۴۸




☆۱- مجموع سه عدد فرد متوالی ۱۵۳ است، عدد بزرگ‌تر کدام است؟ (نمونه دولتی۷۱)

۱) ۵۷ ۲) ۵۵ ۳) ۵۳ ۴) ۵۱

☆۲- مجموع دو عدد اول ۳۱ می‌باشد، اختلاف آن دوعدد کدام است؟ (تألیفی)

۱) ۲۹ ۲) ۲۷ ۳) ۳۳ ۴) ۲۵

☆۳- عدد طبیعی $۷ \times ۲۵^۲ \times ۴^۴$ برچند عدد اول بخش پذیر است؟ (علامه طباطبایی۷۷)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۷ ۴) ۸

۴- کدام‌یک از اعداد زیر اول است؟ (نمونه دولتی۷۲)

۱) ۱۸۷ ۲) ۱۱۰۱۱ ۳) ۲۰۰۱۳ ۴) ۱۰۳

☆۵- عدد $۷^n - ۵^n$ برکدام عدد بخش‌پذیر است؟ (تیزهوشان۷۹)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۱۲ ۴) ۵

۶- اگر a مضربی از ۶ و b مضربی از ۱۵ باشد، باقی مانده تقسیم a بر b بر کدام یک از اعداد زیر همواره قابل قسمت است؟ (نمونه دولتی۷۸و ۷۷)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

☆۷- برای شماره‌گذاری صفحات یک کتاب ۴۵۰ رقم به کار رفته است. اگر شماره‌گذاری صفحات کتاب از ۱ شروع شده باشد، کتاب دارای چند صفحه است؟ (علامه طباطبایی۸۲)

۱) ۱۸۶ صفحه ۲) ۴۵۰ صفحه ۳) ۱۷۶ صفحه ۴) ۲۲۵ صفحه

۸- به ازای کدام عدد طبیعی a عبارت $۲a^۲ + ۱$ عددی اول است؟ (نمونه دولتی۸۱)

۱) ۷ ۲) ۳- ۳) صفر ۴) ۳

☆۹- در عدد !۹۹ چند عامل ۵ وجود دارد؟ (تیزهوشان۷۹)

۱) ۱۸ ۲) ۱۹ ۳) ۲۰ ۴) ۲۲

☆۱۰- مجموع سه عدد زوج متوالی همواره برکدام عدد بخش‌پذیر است؟ (نمونه دولتی۸۱)

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۵

☆۱۱- سمت راست عدد $۹^{۱۳۷۷}$ کدام است؟ (تیزهوشان۷۷)

۱) ۹ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۶

۱۲- تعداد اعداد مرکب طبیعی کوچک‌تر از ۲۰ برابر است با: (نمونه مردمی۷۶)

۱) ۸ تا ۲) ۱۲ تا ۳) ۱۱ تا ۴) ۱۰ تا

۱۳- با ارقام ۱،۵،۹،۴ چند عدد سه رقمی بدون تکرار می‌توان نوشت؟ (علامه طباطبایی۷۶)

۱) ۱۸ ۲) ۳۲ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

۱۴- در مجموعه‌ی $A = \{x \mid x < ۱۳۸۴\}$ چند عدد اول وجود دارد که مجموع رقم‌هایش ۲ باشد؟ (نمونه دولتی۸۴)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

☆۱۵- عدد سه رقمی $\overline{۲a۳}$ که با ۳۲۶ جمع شود عدد سه رقمی $\overline{۵b۹}$ به دست می‌آید. اگر $\overline{۵b۹}$ بر ۹ بخش‌پذیر باشد، آنگاه $a + b$ برابر است با: (علامه طباطبایی۸۰)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۶- کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست است؟ (المپیاد م ۷-۷۶)

۱) تعداد اعداد اول کوچک‌تر از ۱۰، پنج تاست. ۲) عدد یک نه اول است و نه مرکب.

۳) تعداد اعداد مرکب کمتر از ۱۰، پنج‌تاست. ۴) عدد طبیعی صفر نه مثبت است و نه منفی.

۱۷- من چه عددی هستم؟! عددی دو رقمی هستم که بر ۵ بخش‌پذیرم اما بر ۱۰ بخش‌پذیر نیستم. اگر جای ارقام مرا عوض کنی، کعب تفاضل من با عدد نخست ۳ می‌شود. (علامه طباطبایی۸۱)

۱) ۴۵ ۲) ۳۵ ۳) ۲۵ ۴) ۱۵

☆۱۸- رقم یکان عدد $۳^{۱۶۲} + ۱$ کدام است؟ (تیزهوشان۷۹)

۱) صفر ۲) ۹ ۳) ۱ ۴) ۳

۱۹- دو عدد اول که مجموع آن‌ها ۳۱ باشد، کدامند؟ (المپیاد م۶-۷۵)

۱) ۳ و ۲۸ ۲) ۲۶ و ۵ ۳) ۱۱ و ۲۰ ۴) ۲ و ۲۹

۲۰- می‌دانیم عدد A بر ۳، ۶، ۱۰ بخش‌پذیر است. در این‌صورت کدام درست است؟ (علامه طباطبایی۸۲)

۱) A بر ۱۸ بخش‌پذیر است. ۲) A بر ۹ بخش‌پذیر است.

۳) A بر ۶۰ بخش‌پذیر است. ۴) A بر ۳۰ بخش‌پذیر است.

۲۱- یکان عدد $۷^{۱۳۷۸}$ را به‌دست آورید؟ (تألیفی)

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) صفر

۲۲- باقیمانده تقسیم $۵^{۱۳۷۷}$ بر ۱۲ برابر است با: (تیزهوشان۷۷)

۱) ۱ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۴

۲۳- باقی‌مانده تقسیم $۳^{۲۸}$ بر ۵ کدام است؟ (علامه طباطبایی۸۳)

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۲۴- حاصل $\overline{ab} - \overline{ba}$ همواره برکدام عدد بخش‌پذیر است؟ (تیزهوشان۷۹)

۱) ۶ ۲) ۵ ۳) ۲ ۴) ۹

☆۲۵- رقم یکان $A = ۲ + ۴ + ۶ + ... + ۱۳۸۰$ کدام است؟ (علامه طباطبایی ۸۰)

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) صفر

۲۶- در مجموعه اعداد طبیعی چند عدد می‌توان یافت که نه مرکب باشد و نه اول و مضرب ۳ نیز باشد؟ (المپیاد م ۱۱-۷۵)

۱) یک عدد ۲) هیچ ۳) بی‌شمار ۴) تنها دو عدد

۲۷- تعداد اعداد طبیعی سه رقمی که بر ۴ بخش‌پذیرند ولی بر ۶ بخش‌پذیر نیستند عبارت است از: (جامع تیزهوشان)

۱) ۱۵۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۶۵

۲۸- تعداد اعداد اول متمایز که عدد ۴۵۰۴۵ را می‌شمارند برابر است با: (مسابقات علمی)

۱) ۱عدد ۲) ۳ عدد ۳) ۵ عدد ۴) ۶ عدد

۲۹- عدد ۳۰۰۳۰ بر چند عدد اول بخش‌پذیر است؟ (جامع تیزهوشان)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۰- اگر a عددی طبیعی باشد، کدام‌یک از اعداد زیر حتما عددی فرد است؟ (مسابقات علمی)

۱) $۳a$ ۲) $a^۳$ ۳) $۳a + ۱$ ۴) $۲a^۲ + ۳$

۳۱- باقی مانده تقسیم $A = ۱! + ۲! + ۳! + ... + ۹۹! + ۱۰۰!$ بر ۷ چند است؟ (تیزهوشان)

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۵

۳۲- چند عدد از مجموعه زیر که شامل ۱۳۷۶ عضو است، بر ۱۱ بخش‌پذیر است؟ (انرژی اتمی ۷۶)

$A = \{۱, ۱۱, ۱۱۱, ۱۱۱۱, ..., ۱۱۱۱...۱۱\}$

۱) ۶۸۸ ۲) ۱۳۷۶ ۳) ۳۴۴ ۴) ۱۷۲

۳۳- عدد ۶۴×۱۵^۸ برچند عدد اول بخش‌پذیر است؟ (مسابقات علمی)

۱) ۵ عدد ۲) ۴ عدد ۳) ۳ عدد ۴) ۲ عدد

۳۴- بین ۱ تا ۲۰۰۰ چند عدد صحیح وجود دارد که مضرب ۱۱ باشد ولی مضرب ۳ نباشد؟ (انرژی اتمی ۷۴)

۱) ۱۲۱ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۲۲ ۴) ۱۲۳

۳۵- رقم یکان عدد $۹^{۹^{۹^{۹^{۹}}}}$ برابر است با: (انرژی اتمی ۷۴)

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۷ ۴) ۹

☆۳۶- باقی‌مانده تقسیم عدد $۵^{۱۳۷۴}$ بر ۱۰۰۰ کدام‌است؟ (انرژی اتمی ۷۴)

۱) ۳۲۵ ۲) ۱۲۵ ۳) ۶۲۵ ۴) ۲۲۵

۳۷- رقم یکان عدد $۱۹۹۹^{۱۳۷۸} + ۱۳۷۸^{۱۹۹۹}$ کدام است؟ (انرژی اتمی ۷۸)

۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۳۸- حاصل $۲^{۱۱} + ۵^{۱۳} + ۳^{۱۵}$ عددی است: (المپیاد م ۷)

۱) اول ۲) زوج ۳) فرد ۴) گنگ

۳۹- باقی‌مانده تقسیم عدد a بر ۸ مساوی ۶ و باقی مانده تقسیم عدد a بر ۷ مساوی ۱ است. باقی‌مانده تقسیم این عدد بر ۵۶ برابر است با: (انرژی اتمی ۷۷)

۱) ۱۵ ۲) ۲۲ ۳) ۳۴ ۴) صفر

۴۰- در مجموعه $A=\left\{-(-۲)^{۲}, \sqrt[۳]{۲۷}, ۱۰۳, \frac{\sqrt{۱۶}}{\sqrt{۴}}\right\}$ چند عدد اول وجود دارد؟ (المپیاد ۸۰)

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۳

۴۱- باقی‌مانده تقسیم $۵^{۱۳۷۴}$ بر ۳۱ برابر است با: (المپیاد مقدماتی ۷۴)

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۲

۴۲- رقم یکان $۲۳^{۲۳}-۱۷^{۱۷}$ برابر است با: (چهاردهمین المپیاد ایران ۷۵)

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۴۳- رقم یکان $۳^{۴۵}$ کدام است؟ (علامه طباطبایی ۷۵)

۱) ۳ ۲) ۱ ۳) ۹ ۴) ۷

۴۴- اگر مجموع ارقام A را B و مجموع ارقام B را C فرض کنیم و C=۱۸ باشد، باقی مانده A بر ۹ برابر است با: (المپیاد تهران)

۱) ۹ ۲) ۳۶ ۳) صفر ۴) ۳

۴۵- باقی‌مانده تقسیم عدد $۵^{۲۲}+۷$ بر ۸ برابر است با: (سیزدهمین المپیاد ایران ۷۴)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۴۶- کدام عدد زیر اول است؟ (مفید ۸۰)

۱) ۱۴۰۹ ۲) ۱۱۲۱۱

۳) $۲۶^{۱۹۸}+۱۲۵^{۵۹}+۱$ ۴) $(۵^{۱۱}+۵^{۱۳}+...+۵^{۹۹})+۴^{۵۲}+۱$

☆۴۷- تعداد عامل‌های مرکب عدد ۸۰۰ کدام است؟ (دکتر حسابی ۸۱)

۱) ۱۲ ۲) ۱۸ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

۴۸- کدام عدد زیر بر ۸۱ بخش‌پذیر است؟ (انرژی اتمی ۸۱)

۱) $۸۱^{۴}-۱$ ۲) $۸۰^{۴}+۱$ ۳) $۸۲^{۴}+۱$ ۴) $۸۲^{۴}-۱$

☆۴۹- رقم یکان عدد $۸^{۵^{۴^{۲}}} \times ۵^{۲^{۳^{۴}}}$ کدام است؟ (مفید ۸۲)

۱) ۱ ۲) ۵ ۳) صفر ۴) نمی‌توان معلوم کرد

۵۰- چند عدد سه رقمی وجود دارد که بر ۱۹ بخش‌پذیر باشد؟ (هماهنگ مدارس۸۳)

۱) ۴۵ ۲) ۴۶ ۳) ۴۷ ۴) ۴۸

۵۱- اگر عدد $\overline{abcd}$ مضرب ۱۸ باشد، کدام‌یک از اعداد زیر مضرب ۱۸ خواهد بود؟ (مفید ۸۱)

۱) $\overline{a۲b۲c۲d}$ ۲) $\overline{a۸bc۹۱d}$ ۳) $\overline{۸bc۹d۱}$ ۴) $\overline{۹adca}$

۵۲- باقی‌مانده تقسیم عدد $۶۹^۴ - ۸۱^۴$ بر ۱۲ کدام است؟ (انرژی اتمی ۸۱)

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۱۱

۵۳- رقم یکان عدد $۱۳^{۶۹} + ۱۳^{۸۲}$ کدام است؟ (انرژی اتمی ۸۲)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۴- کدام عدد زیر اول است؟ (مفید ۷۹)

۱) ۱۰۲۳ ۲) ۲۰۱۱ ۳) ۳۱۲۳ ۴) ۳۶۲۱

۵۵- مجموع مجذورات دو عدد اول برابر ۱۷۳ می‌باشد، مجذور مجموع دو عدد کدام است؟ (نمونه دولتی۸۶)

۱) ۲۸۹ ۲) ۲۲۵ ۳) ۱۶۹ ۴) ۴۴۱

۵۶- کدام عدد بر ۹ بخش‌پذیر است؟ (علامه طباطبایی۸۶)

۱) $(۴۶)^۷ - ۱$ ۲) $(۴۶)^۷ + ۲$ ۳) $(۴۶)^۷ + ۱$ ۴) $(۴۶)^۷ + ۹$

۵۷- در تجزیه عدد $۶^۲ \times ۴^۳ \times ۳^۲$ چند عامل ۲ وجود دارد؟ (انرژی اتمی۸۶)

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۳ ۴) ۵

۵۸- حاصل $۶! \times ۷!$ کدام است؟ (انرژی اتمی۸۶)

۱) $۱۰!$ ۲) $۱۱!$ ۳) $۱۳!$ ۴) $۴۲!$

۵۹- باقی‌مانده تقسیم $\underbrace{۵۵۵۵...۵۵۵}_{۱۳۸۶\text{رقم}}$ بر ۶ کدام است؟ (انرژی اتمی۸۶)

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۶۰- رقم یکان عدد $A = ۹^{۱۲} + ۳^{۲۵}$ کدام است؟ (هماهنگ مدارس۸۶)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۱- رقم یکان مجموع دوعدد $A = ۱۳۷۸^{۲۰۰۴}$ و $B = ۱۹۹۶^{۱۳۸۲}$ کدام است؟ (نمونه دولتی۸۷)

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۲ ۴) ۴



پاسخ تشریحی: اعداد اول، مرکب، ...

۱- گزینه‌ی «۳»

نکته‌ی ۱: اگر مجموع تعدادی فرد عدد متوالی را داشته باشیم، عدد وسطی برابر است با حاصل تقسیم مجموع عددها بر تعدادشان.

$۱۵۳ \div ۳ = ۵۱ \quad \Rightarrow \quad ۴۹, ۵۱, ۵۳$

۲- گزینه‌ی «۲»

نکته‌ی ۲: اگر مجموع دو عدد اول، عددی فرد باشد، یکی از آن دو عدد اول حتماً ۲ است.

$۳۱ - ۲ = ۲۹$

بنابراین آن دو عدد ۲ و ۲۹ می‌باشند، لذا:

$۲۹ - ۲ = ۲۷$

۳- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۳: برای این‌که ببینیم یک عدد توان‌دار برچه اعداد اولی بخش‌پذیر است، کافی است پایه‌ها به اعداد اول تجزیه کنیم.

۷	۷	۵	۲۵	۲	۴
	۱	۵	۵	۲	۲
			۱		۱

بنابراین عدد $۷ \times ۲۵^{۲} \times ۴^{۴}$ بر اعداد اول ۷,۵,۲ بخش‌پذیر است.

۴- گزینه‌ی «۴»

۵- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۴: به رابطه‌ی بین اعداد زوج و فرد دقت کنید:

عدد زوج = عدد زوج × عدد زوج   عدد زوج = عدد زوج × عدد زوج

عدد زوج = عدد فرد × عدد زوج   عدد زوج = عدد فرد × عدد فرد

عدد فرد = عدد فرد × عدد فرد   عدد فرد = عدد فرد × عدد زوج

عدد زوج = ۵^{n} (فرد) − ۷^{n} (فرد)

و هر عدد زوج بر ۲ بخش‌پذیر است.

همچنین برای حل این گونه سوال‌ها می‌توانید به n مقداری دلخواه بدهید و حاصل را بررسی کنید:

$n = ۱ \Rightarrow ۷^{n} - ۵^{n} = ۷^{۱} - ۵^{۱} = ۲$

$n = ۲ \Rightarrow ۷^{n} - ۵^{n} = ۷^{۲} - ۵^{۲} = ۲۴$

حاصل همواره عددی زوج است، بنابراین بر ۲ بخش‌پذیر است.



۶- گزینه‌ی «۲»

۷- گزینه‌ی «۱»



نکته‌ی ۵: برای اعداد طبیعی داریم:

(۹ رقم) ۹ = ۹×۱ : اعداد یک رقمی (۹,...,۳,۲,۱)

(۱۸۰ رقم) ۱۸۰ = ۹۰×۲ : اعداد دو رقمی (۹۹,...,۱۲,۱۱,۱۰)

(۲۷۰۰ رقم) ۲۷۰۰ = ۹۰۰×۳ : اعداد سه رقمی (۹۹۹,...,۱۰۱,۱۰۰)

$۹+۱۸۰+$ (اعداد سه رقمی) $=۴۵۰ \Rightarrow$ اعداد سه رقمی $=۴۵۰-۱۸۹=۲۶۱$

$۲۶۱\div۳=۸۷$

۸۷ (اُمین) عدد سه رقمی، عدد ۱۸۶ می‌باشد، بنابراین کتاب ۱۸۶ صفحه دارد.

۸- گزینه‌ی «۴»

۹- گزینه‌ی «۴»



نکته‌ی ۶: علامت «!» فاکتوریل نام دارد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$n!=n\times(n-۱)\times(n-۲)\times(n-۳)\times...\times۲\times۱$

$۵!=۵\times۴\times۳\times۲\times۱=۱۲۰$

$۳!=۳\times۲\times۱=۶$

و $۰!=۱$ می‌باشد.

چند عامل ۵ وجود دارد یعنی این‌که توان عدد ۵ چند است؟

$۹۹!=۹۹\times۹۸\times۹۷\times...\times۲\times۱$

کافی است ببینیم از عدد ۱ تا ۹۹ چند مضرب ۵ وجود دارد؟

$۹۹\div۵=۱۹$

۱۹ عامل ۵ داریم که اعداد ۲۵ و ۵۰ و ۷۵ هر کدام ۲ عامل ۵ دارند یعنی ۲۲ = ۳ + ۱۹ عامل ۵ داریم.

۱۰- گزینه‌ی «۳»



نکته‌ی ۷:

عدد زوج $=۲k \quad (k\in\mathbb{N})$

عدد فرد $=۲k+۱ \quad (k\in\mathbb{N})$

$۲k+(۲k+۲)+(۲k+۴)=۶k+۶=۶(k+۱)=۶k'$

۱۱- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۸: اعدادی که رقم یکان آن‌ها ۹ باشد، اگر به توان عدد فرد برسند، یکان آن‌ها برابر ۹ و اگر به توان عدد زوج برسند یکان آن‌ها برابر یک خواهد بود.

۱۲- گزینه‌ی «۴»

اعداد مرکب طبیعی کوچکتر از ۲۰ = {۴,۶,۸,۹,۱۰,۱۲,۱۴,۱۵,۱۶,۱۸}

۱۳- گزینه‌ی «۴»

صدگان	دهگان	یکان
۴	۳	۲

۴ × ۳ × ۲ = ۲۴

۱۴- گزینه‌ی «۲»

اعداد اول = ۲ , ۱۱ , ۱۰۱

۱۵- گزینه‌ی «۳»

نکته‌ی ۹: عبارت abc یعنی حاصل‌ضرب سه عدد a و b و c در حالی که $\overline{abc}$ عددی سه رقمی است که یکان آن c، دهگان آن b و صدگان آن a می‌باشد.

مجموع رقم‌های عدد ۵b۹ یعنی ۹ + b + ۵ باید مضرب ۹ باشد، بنابراین، رقم b فقط می‌تواند ۴ باشد، بنابراین:

$\overline{۲a۳} = \overline{۵b۹} - ۳۲۶ = ۵۴۹ - ۳۲۶ = ۲۲۳ \Rightarrow a = ۲$

$a + b = ۲ + ۴ = ۶$

۱۶- گزینه‌ی «۲»

۱۷- گزینه‌ی «۳» چون بر ۵ بخش‌پذیر است ولی بر ۱۰ بخش‌پذیر نیست، در نتیجه یکان آن ۵ می‌باشد و دهگان x است:

عدد ابتدایی: $۱۰x + ۵$

بعد از عوض شدن: $۵۰ + x$

$(۵۰ + x) - (۱۰x + ۵) = ۲۷ \Rightarrow ۵۰ + x - ۱۰x - ۵ = ۲۷ \Rightarrow -۹x = -۱۸ \Rightarrow x = ۲$ (رقم دهگان)

عدد مورد نظر = ۲۵

۱۸- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۱۰: روش تعیین یکان اعداد توان‌دار:

الف) اعدادی که رقم یکان آن‌ها یکی از اعداد ۰,۱,۵,۶ باشد، به هر توانی برسند، یکان آن‌ها تغییر نمی‌کند.

ب) اعدادی که رقم یکان آن‌ها ۴ باشد، اگر به توان زوج برسند یکانشان برابر ۶ و اگر به توان فرد برسند یکانشان برابر ۴ می‌باشد.

ج) اعدادی که رقم یکان آن‌ها ۹ باشد، اگر به توان زوج برسند یکانشان برابر ۱ و اگر به توان فرد برسند یکانشان برابر ۹ خواهد بود.

د) اعدادی که رقم یکان آن‌ها به ۲ , ۳ , ۷ , ۸ ختم شود، یکان را به توان باقی‌مانده تقسیم آن عدد بر ۴ می‌رسانیم. (اگر باقی‌مانده صفر شد خود ۴ را در نظر می‌گیریم نه صفر را)

ابتدا رقم یکان $۳^{۱۶۲}$ را تعیین می‌کنیم:

$$۱۶۲ \div ۴ = ۴۰,\quad ۱۶۰,\quad \text{باقی‌مانده } ۲$$

$$۳^۲ = ۹$$

$$۳^{۱۶۲} + ۱ \rightarrow ۹ + ۱ = ۱۰$$

۱۹- گزینه‌ی «۴»

۲۰- گزینه‌ی «۴»

۲۱- گزینه‌ی «۳» با توجه به نکته‌ی ۱۰ داریم:

$$۱۳۷۸ \div ۴ = ۳۴۴,\quad ۱۳۷۶,\quad \text{باقی‌مانده } ۲$$

$$۷^{۱۳۷۸} \rightarrow ۷^۲ = ۴۹$$

۲۲- گزینه‌ی «۲» می‌دانیم $۲۵ = ۵^۲$ می‌باشد و باقی‌مانده $۲۵ = ۵^۲$ بر عدد ۱۲ برابر یک است. اگر $۵^۲$ را به هر توانی برسانیم، باقی‌مانده نیز به همان توان می‌رسد، پس باقی‌مانده $(۵^۲)^{۶۸۸}$ بر ۱۲ برابر است با $۱^{۶۸۸}$ بنابراین، باقی‌مانده $۵^{۱۳۷۶} = (۵^۲)^{۶۸۸}$ بر ۱۲ برابر یک است، حال $۵^{۱۳۷۶}$ را در $۵^۱$ ضرب می‌کنیم $(۵^{۱۳۷۷} = ۵^۱ \times ۵^{۱۳۷۶})$ باقی‌مانده نیز در $۵^۱$ ضرب می‌شود: $(۵ = ۵^۱ \times ۱)$ بنابراین باقی‌مانده برابر ۵ است.

۲۳- گزینه‌ی «۴» مشابه سوال ۲۲ داریم:

باقی‌مانده $۸۱ = ۳^۴$ بر ۵ برابر یک است، لذا، باقی‌مانده $۳^{۲۸} = (۳^۴)^۷$ بر ۵ برابر $۱ = ۱^۷$ می باشد.

۲۴- گزینه‌ی «۴» با توجه به نکته‌ی ۹ داریم:

$$\overline{ab} - \overline{ba} = (۱۰a + b) - (a + ۱۰b) = ۹a - ۹b = ۹(a - b)$$

۲۵- گزینه‌ی «۴»



نکته‌ی ۱۱:

مجموع اعداد طبیعی: $۱ + ۲ + ۳ + \cdots + n = \frac{n(n+۱)}{۲}$

مجموع اعداد زوج طبیعی: $۲ + ۴ + ۶ + \cdots + ۲n = n(n+۱)$

مجموع اعداد فرد طبیعی: $۱ + ۳ + ۵ + \cdots + (۲n - ۱) = n^۲$

$$A = ۲ + ۴ + ۶ + \ldots + ۱۳۸۰ = ۶۹۰ \times (۶۹۱) = ۴۷۶۷۹۰$$

۲۶- گزینه‌ی «۲» تنها عددی که نه اول است و نه مرکب، عدد یک است، که مضرب ۳ نیست.

۲۷- گزینه‌ی «۱» چرا؟ !

۲۸- گزینه‌ی «۳» با توجه به نکته‌ی ۳ داریم:

۴۵۰۴۵	۳
۱۵۰۱۵	۳
۵۰۰۵	۵
۱۰۰۱	۷
۱۴۳	۱۱
۱۳	۱۳
۱	

$$۴۵۰۴۵ = ۳^{۲} \times ۵^{۱} \times ۷^{۱} \times ۱۱^{۱} \times ۱۳^{۱}$$

۲۹- گزینه‌ی «۴»

۳۰۰۳۰	۳
۱۰۰۱۰	۲
۵۰۰۵	۵
۱۰۰۱	۷
۱۴۳	۱۱
۱۳	۱۳
۱	

$$۳۰۰۳۰ = ۳^{۱} \times ۲^{۱} \times ۵^{۱} \times ۷^{۱} \times ۱۱^{۱} \times ۱۳^{۱}$$

۳۰- گزینه‌ی «۴» به نکته‌ی ۴ توجه کنید.

۳۱- گزینه‌ی «۴» همان‌طور که مشخص است از عدد !۷ به بعد بر ۷ بخش‌پذیرند، پس کافی است باقی‌مانده اعداد !۱ تا !۶ را بر ۷ محاسبه کنیم، با هم جمع کنیم (اگر عددی از هفت کمتر باشد، باقی‌مانده‌اش در تقسیم بر ۷ خودش می‌شود).

روش دیگر این است که !۱ تا !۶ را جمع کنیم و باقی‌مانده تقسیم بر ۷ را بیابیم:

$$۱! + ۲! + ۳! + ۴! + ۵! + ۶! = ۱ + ۲ + ۶ + ۲۴ + ۱۲۰ + ۷۲۰ = ۸۷۳$$

$$\begin{array}{r|l} ۸۷۳ & ۷ \\ \hline ۸۶۸ & ۱۲۴ \\ \hline ⑤ & \end{array}$$

۳۲- گزینه‌ی «۱» چون همه رقم‌ها ۱ می‌باشد، بنابراین نصف اعداد این مجموعه بر ۱۱ بخش‌پذیرند یعنی $۱۳۷۶ \div ۲ = ۶۸۸$ عدد بر ۱۱ بخش‌پذیرند.

۳۳- گزینه‌ی «۳»

۶۴	②
۳۲	۲
۱۶	۲
۸	۲
۴	۲
۲	۲
۱	

۱۵	③
۵	⑤
۱	

۳۴- گزینه‌ی «۱» ابتداد تعداد مضرب‌های عدد ۱۱ را پیدا می‌کنیم که ۱۸۱ عدد می‌باشد: $۲۰۰۰ \div ۱۱ \simeq ۱۸۱$

از هر ۳ مضرب ۱۱ یکی مضرب ۳ است ($\{۱۱, ۲۲, \underline{۳۳}, ۴۴, ۵۵, \underline{۶۶}, ...\}$) یعنی از ۱۸۱ مضرب ۱۱، ۶۰ عدد مضرب ۳ است ($۶۰ \simeq ۳ \div ۱۸۱$) بنابراین تعداد مضرب‌های ۱۱ که مضرب ۳ نیستند، ۱۲۱ عدد می‌باشد. ($۱۲۱ = ۶۰ - ۱۸۱$)

۳۵- گزینه‌ی «۴» به نکته‌های ۴ و ۱۰ دقت کنید.

۳۶- گزینه‌ی «۳»

نکته‌ی ۱۲:

باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۱۰ یعنی رقم یکان آن عدد: $۳۵۷۸ \div ۱۰ \xrightarrow{\text{باقی‌مانده}} ۸$

باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۱۰۰ یعنی دو رقم سمت راست آن عدد: $۳۵۷۸ \div ۱۰۰ \xrightarrow{\text{باقی‌مانده}} ۷۸$

باقی‌مانده تقسیم یک عدد بر ۱۰۰۰ یعنی سه رقم سمت راست آن عدد: $۳۵۷۸ \div ۱۰۰۰ \xrightarrow{\text{باقی‌مانده}} ۵۷۸$

اگر حوصله داشته باشید! و توان‌های ۵ را بنوسید می‌بینید که از توان ۳ به بعد، اگر توان فرد باشد سه رقم سمت راست ۱۲۵ و اگر توان زوج باشد ۶۲۵ خواهد بود.

۳۷- گزینه‌ی «۱» به نکته‌ی ۱۰ دقت کنید.

۳۸- گزینه‌ی «۲» با توجه به نکته‌ی ۴ داریم:

$$۳^{۱۵} + ۵^{۱۳} + ۲^{۱۱}$$

فرد + فرد + زوج

زوج + زوج = زوج

۳۹- گزینه‌ی «۲»

$$\begin{matrix} a = ۸m + ۶ \\ a = ۷n + ۱ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} ۷a = ۵۶m + ۴۲ \\ ۸a = ۵۶n + ۸ \end{cases} \Rightarrow ۸a - ۷a = ۵۶(n - m) + ۸ - ۴۲$$

$$\Rightarrow a = ۵۶k - ۳۴ \Rightarrow a = ۵۶k' + ۵۶ - ۳۴ \Rightarrow a = ۵۶k' + ۲۲$$

۴۰- گزینه‌ی «۴» اعداد اول این مجموعه عبارتند از:

$$\sqrt[۳]{۲۷}=\sqrt[۳]{۳^۳}=۳ \; , \; \frac{\sqrt{۱۶}}{\sqrt{۴}}=\frac{۴}{۲}=۲،۱۰۳$$

۴۱- گزینه‌ی «۳» باقی‌مانده تقسیم عدد $۱۲۵=۵^۳$ بر ۳۱ برابر یک است، حال باقی‌مانده تقسیم $۵^{۱۳۷۴}=(۵^۳)^{۴۵۸}$ بر ۳۱ برابر $۱^{۴۵۸}=۱$ می‌باشد.

۴۲- گزینه‌ی «۱» یکان عدد $۲۳^{۲۳}$ برابر یکان $۳^۳$ خواهد بود که برابر ۷ است، یکان عدد $۱۷^{۱۷}$ هم برابر یکان $۷^۱$ خواهد بود که برابر ۷ است،لذا: $۷-۷=۰$

۴۳- گزینه‌ی «۱»

$$۴۵ \div ۴ = ۱۱ \;,\; ۴۴ \;,\; ①$$

$$۳^{۴۵} \to ۳^۱=۳$$

۴۴- گزینه‌ی «۳»

۴۵- گزینه‌ی «۱» باقی‌مانده تقسیم $۲۵=۵^۲$ بر ۸ برابر ۱ است، بنابراین باقی‌مانده $۵^{۲۲}=(۵^۲)^{۱۱}$ بر ۸ برابر باقی‌مانده تقسیم $۱^{۱۱}$ بر ۸ است. که همان ۱ است. حال باقی‌مانده $۷+۵^{۲۲}$ بر ۸ برابر باقی‌مانده تقسیم $۱+۷$ بر ۸ می‌باشد که برابر صفر است.

۴۶- گزینه‌ی «۱» عدد ۱۱۲۱۱ بر ۳ بخش‌پذیر است و اعداد $۱+۱۲۵^{۵۹}+۲۶^{۱۹۸}$ و $(۵^{۱۱}+۵^{۱۳}+...+۵^{۹۹})+۴^{۵۲}+۱$ اعدادی زوج هستند که بر ۲ بخش‌پذیرند.

۴۷- گزینه‌ی «۴»

نکته‌ی ۱۳: ۱+ تعداد عوامل اول + تعداد عوامل مرکب= تعداد کل مقسوم علیه‌ها

$۱۵=(۱+۲)-(۱۸)=(۱+$ تعداد عوامل اول $)-($تعداد کل مقسوم‌علیه‌ها $)=$ تعداد عامل‌های مرکب

۴۸- گزینه‌ی «۴» با استفاده از اتحاد مزدوج $a^۲-b^۲=(a+b)(a-b)$ داریم:

$$۸۲^۴-۱=(۸۲^۲-۱)(۸۲^۲+۱)=(۸۲-۱)(۸۲+۱)(۸۲^۲+۱)=\underline{\underline{(۸۱)}}(۸۳)(۸۲^۲+۱)$$

مضرب ۸۱ می‌باشد

۴۹- گزینه‌ی «۳»

نکته‌ی ۱۴: از ضرب ۲ و ۵ رقم صفر ایجاد می‌شود، به طور کلی ۵ در هر عدد زوجی ضرب شود یکان برابر صفر خواهد بود.

۵۰- گزینه‌ی «۳» اولین عدد سه رقمی که بر ۱۹ بخش‌پذیر است ۱۱۴ و آخرین عدد سه رقمی که بر ۱۹ بخش‌پذیر است عدد ۹۸۸ است. تعداد اعدادی که بر ۱۹ بخش‌پذیرند و بین این دو عدد وجود دارند برابرند با:

$$\text{تعداد اعداد} = \frac{\text{عدد آخر} - \text{عدد اول}}{\text{فاصله بین عددها}} + ۱ = \frac{۹۸۸ - ۱۱۴}{۱۹} + ۱ = ۴۶ + ۱ = ۴۷$$

۵۱- گزینه‌ی «۲» عددی مضرب ۱۸است(بر ۱۸ بخش‌پذیر است) که بر ۹ و ۲ بخش‌پذیر باشند (مضرب ۲ و ۹ باشند) یعنی مجموع ارقام آن مضربی از ۹ و رقم یکان آن زوج باشد.

۵۲- گزینه‌ی «۱» با توجه به اتحاد مزدوج $a^۲ - b^۲ = (a-b)(a+b)$ داریم:

$$۸۱^۴ - ۶۹^۴ = (۸۱^۲ - ۶۹^۲)(۸۱^۲ + ۶۹^۲) = (\overbrace{(۸۱-۶۹)}^{۱۲}\ \overbrace{(۸۱+۶۹)(۸۱^۲+۶۹^۲)}^{k}) = ۱۲k$$

چون مضرب ۱۲ است بنابراین باقیمانده برابر صفر است.

۵۳- گزینه‌ی «۲» با توجه به نکته‌ی ۱۰ داریم:

$$۱۳^{۸۲} + ۱۳^{۶۹} \to ۳^۲ + ۳^۱ = ۹ + ۳ = ۱۲$$

۵۴- گزینه‌ی «۲» گزینه‌ها ۱، ۴،۳ همگی بر ۳ بخش‌پذیرند.

۵۵- گزینه‌ی «۲» با توجه به نکته‌ی ۲ باید $a^۲$ عددی زوج و $b^۲$ عددی فرد باشند.

$$a^۲ + b^۲ = ۱۷۳$$

$a^۲ \downarrow$ زوج، $b^۲ \downarrow$ فرد

تنها عدد اول زوج عدد ۲ است. لذا، $۴ = ۲^۲ = a^۲$ می‌باشد، بنابراین:

$$b^۲ = ۱۷۳ - ۴ = ۱۶۹ \Rightarrow b = ۱۳$$

$$(a+b)^۲ = (۲+۱۳)^۲ = ۱۵^۲ = ۲۲۵$$

۵۶- گزینه‌ی «۱» مشابه سوال ۲۲ داریم، باقی‌مانده ۴۶ بر ۹ برابر ۱ است، بنابراین باقی‌مانده $۴۶^۷$ بر ۹ برابر $۱ = ۱^۷$ می‌باشد، لذا $۰ = ۱ - ۱$ می‌باشد که بر ۹ بخش‌پذیر است.

۵۷- گزینه‌ی «۲» با توجه به نکته‌ی ۳ داریم:

۴	۲		۶	۲
۲	۲		۳	۳
۱			۱	

$$\Rightarrow ۳^۲ \times ۴^۳ \times ۶^۲ = ۳^۲ \times ۲^۶ \times ۲^۲ \times ۳^۲ = ۳^۴ \times ۲^۸$$

۵۸- گزینه‌ی «۱» با توجه به نکته‌ی ۶ داریم:

$$۶! \times ۷! = (۶\times۵\times۴\times۳\times۲\times۱)\times۷! = (\overbrace{۲\times\underbrace{۳\times۵}}^{۱۰}\underbrace{\times\overbrace{۴}}_{۹}\overbrace{\times۳\times۲\times۱}^{۸})\times۷! = ۷!\times۸\times۹\times۱۰ = ۱۰!$$

۵۹- گزینه‌ی «۲» به تقسیم‌های زیر دقت کنید:

$$\begin{array}{r|l} ۵۵۵۵۵ & ۶ \\ \hline ۵۵۵۵۴ & ۹۲۵۹ \\ ۱ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۵۵۵۵ & ۶ \\ \hline ۵۵۵۰ & ۹۲۵ \\ ۵ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۵۵۵ & ۶ \\ \hline ۵۵۲ & ۹۲ \\ ۳ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} ۵۵ & ۶ \\ \hline ۵۴ & ۹ \\ ۱ & \end{array}$$

در چهارمین مرحله باقی‌مانده تکرار می‌شود، باقی‌مانده تقسیم ۴ ÷ ۱۳۸۶ برابر ۲ است که در مرحله دوم باقی‌مانده برابر ۳ می‌شود

۶۰- گزینه‌ی «۴» با توجه به نکته‌ی ۱۰ داریم:

$$۹^{۱۲} + ۳^{۲۵} \longrightarrow ۱ + ۳^{۱} = ۴$$

۶۱- گزینه‌ی «۳»

$$A = ۱۳۷۸^{۲۰۰۴} \xrightarrow{\text{یکان}} ۸^{۴} = ۴۰۹۶ \xrightarrow{\text{یکان}} ۶$$

$$B = ۱۹۹۶^{۱۳۸۲} \xrightarrow{\text{یکان}} ۶$$

$$A + B = ۶ + ۶ = ۱۲ \xrightarrow{\text{یکان}} ۲$$



....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....
....



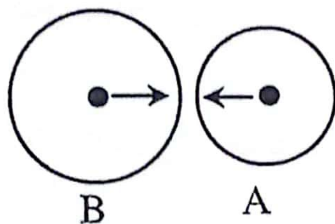
فصل دوم: مقسوم‌علیه‌های یک عدد...

۱- حاصل عبارت $\frac{۱۲ \sqcup (۴۸ \sqcap ۲۴)}{۱۲ \sqcup ۱۸}$ کدام است؟ (نمونه دولتی۷۱)

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) ۸۴۰ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) ۱۸

۲- محیط چرخ A برابر ۱۲۰cm و محیط چرخ B برابر ۱۵۰cm می‌باشد، چرخ B چند دور باید بزند تا برای بار پنجم دو علامت مقابل هم قرار بگیرند؟ (نمونه دولتی۷۱)

۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۱۲
۴) ۲۴



شکل در حضور مولف

☆۳- بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک دو عدد $۷\times۵^۳\times۳^۲$ و $۵\times۳^۳\times۲^۳$ برابر است با: (تیزهوشان)

۱) ۱۳۵ ۲) $۱۵^۴$ ۳) ۴۵ ۴) ۱۴

۴- اگر $B=۶axb^۳$ و $A=۲a^۲bc$ باشد، آن‌گاه $A\sqcap B$ برابر است با: (تیزهوشان۷۹)

۱) $۲۴a^۲bcx$ ۲) $۱۲a^۲b^۳cx$ ۳) ۲ab ۴) ab

☆۵- عدد ۳۶۰ چند مقسوم‌علیه دارد؟ (تألیفی)

۱) ۲۴ ۲) ۱۶ ۳) ۲۷ ۴) ۲۵

۶- کدام صحیح است؟ (نمونه دولتی۷۳)

۱) اگر عدد زوج باشد، اول نیست.
۲) هر عدد طبیعی حداقل یک مقسوم‌علیه اول دارد.
۳) ۱ مقسوم‌علیه اول ندارد.
۴) عدد ۳۰ دارای ۴ مقسوم‌علیه اول است.

۷- تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد $۴۹^۷$ کدام است؟ (تیزهوشان)

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۱۵ ۴) ۱۴

☆۸- ساده شده کسر $-\frac{۱۷۰}{۳۷۴}$ کدام است؟ (نمونه دولتی۷۳)

۱) $\frac{-۸۵}{۱۸۲}$ ۲) $\frac{۸۵}{۳۴}$ ۳) $\frac{۱۷}{۳۴}$ ۴) $\frac{-۵}{۱۱}$

☆۹- اگر a یک عدد اول بزرگ‌تر از ۳ باشد، کدام مطلب زیر صحیح است؟ (المپیاد م ۱۱-۷۵)

۱) تمام مقسوم‌علیه‌های عدد a زوج است.
۲) تمام مقسوم‌علیه‌های عدد a فرد هستند.
۳) فقط عدد یک، مقسوم‌علیه عدد a است.
۴) عدد a مقسوم‌علیه ندارد.



☆۱۰- اگر ب‌م‌م دو عدد a و b$(a<b)$ برابر ۶ و ک‌م‌م آن‌ها ۳۶ باشد و مجموعشان برابر ۳۰ باشد. حاصل $2a+b$ کدام است؟ (انرژی اتمی۸۰)

۱) ۴۲ ۲) ۴۸ ۳) ۳۶ ۴) ۶۶

۱۱- ب‌م‌م یک با هر عددی برابر است با: (نمونه دولتی۷۸)

۱) خود آن عدد ۲) ندارد ۳) صفر ۴) یک

۱۲- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک اعداد ۱۱۰۰ و ۱۴۰۰ و ۱۵۰۰ کدام است؟ (انرژی اتمی۷۴)

۱) ۲۰۰ ۲) ۱۰۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۳۰۰

۱۳- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۳ و کوچک‌ترین مضرب مشترک آن‌ها ۱۳۵ می‌باشد. در صورتی‌که یکی از آن دو عدد ۱۵ باشد، عدد دیگر......... است. (نمونه دولتی۷۹)

۱) ۱۵ ۲) ۱۳۵ ۳) ۱ ۴) ۲۷

۱۴- به جای x چه عددی قرار دهیم تا عدد $A=2\times3^x$ دارای ۱۶ مقسوم‌علیه باشد؟ (علامه طباطبایی۸۰)

۱) ۱۵ ۲) ۸ ۳) ۷ ۴) ۶

☆۱۵- حاصل ضرب همه مقسوم‌علیه‌های 9^9 چند است؟ (تیزهوشان)

۱) 3^{171} ۲) 3^{172} ۳) 3^{100} ۴) 3^{101}

۱۶- تعداد مقسوم‌علیه‌های عد ۱۳۷۷ برابر است با: (انرژی اتمی۷۷)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۰

۱۷- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۷ و کوچکترین مضرب مشترک آن دو عدد ۲۱۰ می‌باشد، در صورتی‌که یکی از آن دو عدد ۳۵ باشد، عدد دیگر کدام است؟ (نمونه دولتی۸۰)

۱) ۳۰ ۲) ۴۲ ۳) ۲۴۵ ۴) ۵

☆۱۸- تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد ۹۰۰ چند برابر تعداد مقسوم علیه‌های اول این عدد است؟ (مسابقات علمی)

۱) ۹ برابر ۲) ۶ برابر ۳) ۲۷ برابر ۴) ۲ برابر

۱۹- اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های $x^{n+1}\times y^3$ برابر ۲۴ باشد، مقدار n برابر است با: (x و y عامل اول هستند.) (علامه طباطبایی۸۲)

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۰- اگر عدد ۹ بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد و ۳۶۰ کوچک‌ترین مضرب مشترک آن دو عدد باشد، در صورتی‌که یکی از آن دو عدد ۴۵ باشد، عدد دیگر کدام است؟ (نمونه دولتی۸۳)

۱) ۳۶ ۲) ۱۸۰ ۳) ۱۶۲ ۴) ۷۲

۲۱- مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۲۴ کدام است؟ (مفید۷۶)

۱) {۱,۲,۴,۶,۱۲,۲۴} ۲) {۱,۲,۳,۴,۶,۸,۱۲,۲۴}

۳) {۱,۲,۳,۴,۶,۸,۱۲} ۴) {۱,۲,۳,۴,۶,۸,۲۴}

۲۲- کدام‌یک، مجموعه مقسوم‌علیه‌های عدد ۶ است؟ (مفید۷۸)

۱) {۲,۳}   ۲) {۱,۲,۳}   ۳) {۲,۳,۶}   ۴) {۱,۲,۳,۶}

۲۳- بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک سه عدد ۱۲ و ۳۰ و ۵۱ کدام است؟ (انرژی اتمی۷۳)

۱) ۱   ۲) ۲   ۳) ۳   ۴) ۴

۲۴- اگر تعداد سیب‌های یک جعبه دو تا دوتا، سه تا سه تا، پنج تا پنج تا و هفت تا هفت تا شمارش شود در هر مرتبه یک سیب باقی می‌ماند. سیب‌های این جعبه حداقل چند تاست؟ (المپیاد ریاضی۷۶)

۱) ۱۰۵   ۲) ۲۱۰   ۳) ۲۱۱   ۴) ۱۰۶

۲۵- اگر $a \sqcap b = ۱$ و $\frac{a}{b} = \frac{۷}{۹۱}$ باشد، $a+b$ چقدر است؟ (انرژی اتمی۷۷)

۱) ۱۴   ۲) ۹۸   ۳) ۲۰   ۴) ۹۲

۲۶- ب‌م‌م و ک‌م‌م اعداد ۲۰ و ۱۲ و ۱۵ کدام است؟ (انرژی اتمی۷۸)

۱) ۱ و ۱۲   ۲) ۳۰ و ۶۰   ۳) ۳ و ۶۰   ۴) ۱ و ۶۰

☆۲۷- حاصل $(a \sqcap b) \sqcup (a^۳ \sqcap a)$ کدام است؟ (علامه طباطبایی۷۹)

۱) a ۲) b ۳) $a \sqcap b$ ۴) $a \sqcup b$

۲۸- تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۷۲ چند تاست؟ (مفید۷۹)

۱) ۱۰   ۲) ۱۱   ۳) ۱۲   ۴) ۱۳

۲۹- سه نفر در پارک یک‌دیگر را ملاقات می‌کنند. اولی می‌گوید هر ۱۰ روز یک بار به پارک می‌آید، دومی می‌گوید هر ۶ روز یک‌بار به پارک می‌آید و نفر سوم هر ۱۵ روز یک‌بار به پارک می‌آید. این سه نفر پس از چند روز برای بار دوم می‌توانند هم‌دیگر را ملاقات کنند؟ (خانه المپیاد۷۹)

۱) ۲۵   ۲) ۲۰   ۳) ۳۵   ۴) ۳۰

۳۰- ک‌م‌م دوعدد $A = ۲^a \times ۳$ و $B = ۲ \times ۳^b$ برابر ۷۲ می‌باشد، b,a عبارت‌اند از: (تیزهوشان)

۱) ۳,۲   ۲) ۳,۳   ۳) ۲,۴   ۴) ۲,۳

۳۱- ب‌م‌م دو عدد $A = ۲^۳ \times ۳^۲ \times ۷$ و $B = ۲^۲ \times ۳^۲ \times ۵$ کدام است؟ (مسابقات علمی)

۱) $۲^۲ \times ۳^۲$ ۲) $۲^۳ \times ۳^۲ \times ۵ \times ۷$ ۳) $۲^۲ \times ۳^۲ \times ۵ \times ۷$ ۴) هیچ‌کدام

۳۲- تعداد مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۱۸۰ چند تاست؟ (تألیفی)

۱) ۲   ۲) ۳   ۳) ۴   ۴) ۵

۳۳- در یک کیسه تعدادی گردو داریم، که تعداد آن‌ها از ۱۰۰ کم‌تر است، اگر یک گردو را کنار بگذاریم، گردوهای درون کیسه مضربی از ۶,۵,۴,۳,۲ می‌شود، درون کیسه چند گردو بوده است؟ (نمونه فرهنگ۷۹)

۱) ۸۰   ۲) ۶۱   ۳) ۶۰   ۴) ۸۱

۳۴- اگر a و b، طول و عرض مستطیل باشند و $a \sqcap b = ۷$ و $a \sqcup b = ۱۴۰$ باشد، مساحت مستطیل چند است؟ (المپیاد کرج۷۹)

۱) ۲۰ ۲) ۹۸۰ ۳) ۱۴۰ ۴) ۸۹۰

۳۵- a و b دو عدد طبیعی هستند، $\dfrac{a \sqcap (a \sqcup b)}{a \sqcup (a \sqcap b)}$ کدام است؟ (المپیاد۸۱)

۱) $\dfrac{a}{a}$ ۲) $\dfrac{a}{b}$ ۳) a ۴) $\dfrac{b}{a}$

۳۶- بزرگ‌ترین عدد سه رقمی که بر اعداد ۳۵,۱۴,۶ بخش‌پذیر است، کدام است؟ (المپیاد۸۰)

۱) ۲۱۰ ۲) ۴۲۰ ۳) ۶۳۰ ۴) ۸۴۰

۳۷- حاصل عبارت $\dfrac{۲^۳ \times ۱^۳}{(۴۸ \sqcup ۲۴)} \div \dfrac{۵^۲ - ۱^۲}{(۸ \sqcup ۳۲) \sqcap (۲۴ \sqcup ۳۶)}$ کدام است؟ (مسابقات علمی۸۳)

۱) $\dfrac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) ۱۸ ۴) ۸۱

۳۸-کدام جمله نادرست است؟ (مفید۷۶)

۱) هر عدد طبیعی حداقل یک مقسوم‌علیه اول دارد.

۲) تنها مقسوم‌علیه اول عدد ۱۷ خود ۱۷ است.

۳) هر عدد مرکب را می‌توان به صورت حاصل ضرب اعداد اول نوشت.

۴) عدد زوج اول هم داریم.

۳۹- حاصل ضرب همه مقسوم‌علیه‌های مثبت عدد ۱۰۰ برابر است با: (علامه طباطبایی۷۹)

۱) $۱۰^۵$ ۲) $۱۰^۷$ ۳) $۱۰^۸$ ۴) $۱۰^۹$

☆۴۰- اگر دو عدد y,x اول باشند، نسبت ب‌م‌م این دو عدد به ک‌م‌م آن‌ها کدام است؟ (نمونه دولتی۸۴)

۱) $\dfrac{x}{y}$ ۲) xy ۳) $\dfrac{۱}{xy}$ ۴) $\dfrac{y}{x}$

۴۱- مجموع مقسوم‌علیه‌های عدد ۳۰ برابر است با: (علامه طباطبایی۷۸)

۱) ۳ ۲) ۸ ۳) ۴۲ ۴) ۷۲

۴۲- تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد $۱ \times ۲ \times ۳ \times ... \times ۱۰$ کدام است؟ (انرژی اتمی۸۰)

۱) ۲۷۰ ۲) ۱۴۰ ۳) ۱۳۰ ۴) ۲۲۵

☆۴۳- ب‌م‌م دو عدد متوالی برابر است با: (تألیفی)

۱) ۱ ۲) صفر ۳) عد کوچک‌تر ۴) عدد بزرگ‌تر

۴۴- اگر ۴۲ = ۱۲a ⊓ ۱۸a باشد، حاصل ۱۲a ⊔ ۱۸a کدام است؟ (مفید۸۰)

۱) ۱۶۸ ۲) ۲۵۲ ۳) ۸۴ ۴) ۳۷۸

۴۵- عددی دارای ۱۳ مقسوم‌علیه است، مکعب آن عدد دارای چند مقسوم‌علیه است. ؟ (علامه طباطبایی ۸۳)

۱) ۲۶ ۲) ۲۷ ۳) ۳۷ ۴) ۳۹

۴۶- مردی هفت دوست صمیمی دارد اولی هرشب،دومی یک شب در میان، سومی دو شب در میان و... و هفتمی شب های هفتم با او دیدار می‌کنند، تصادفاً یک شب همه آن‌ها پیش او بودند، چند شب دیگر طول می‌کشد تا همه دوستان او باز هم به دیدار او بروند؟ (انرژی اتمی۷۷)

۱) ۱۲۰ ۲) ۲۴۰ ۳) ۴۲۰ ۴) ۴۸۰

۴۷- اگر کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد طبیعی a و b برابر نصف مجموع آن‌ها باشد، آن‌گاه بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک a و b کدام است؟ (علامه طباطبایی۸۳)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) a ۴) $\frac{a+b}{۲}$

۴۸- ب‌م‌م دو عدد ۲۸ و یکی از آن دو عدد ۵۶۰ است، عدد دیگر کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟ (انرژی اتمی۸۲)

۱) ۲۸ ۲) ۵۶ ۳) ۷۰ ۴) ۸۴

۴۹- تعداد مقسوم‌علیه‌های مثبت یک عدد فرد: (انرژی اتمی۸۱)

۱) حتماً زوج است. ۲) حتماً فرد است. ۳) حتماً اول است. ۴) می‌تواند زوج یا فرد باشد.

۵۰- نخستین سال قرن بیست و یکم که باقی‌مانده تقسیم آن بر اعداد ۷ و ۱۱ و ۱۳ برابر ۳ می‌باشد، کدام است؟ (نمونه دولتی۸۵)

۱) ۲۰۰۱ ۲) ۲۰۰۲ ۳) ۲۰۰۵ ۴) ۲۰۰۶

۵۱- اگر b,a اعداد طبیعی باشند و $a \times b = c$ باشد، آنگاه: (نمونه دولتی۸۵)

۱) c عددی صحیح نیست. ۲) b,a مقسوم‌علیه‌های عدد c می‌باشند.

۳) c مقسوم‌علیه b,a می‌باشد. ۴) c دارای دو مقسوم‌علیه است.

۵۲- کسر تحویل ناپذیر (ساده نشدنی) $\frac{a}{b}$ برابر $\frac{۴۶۲}{۵۹۴}$ است. $a+b$ کدام است؟ (انرژی اتمی۸۶)

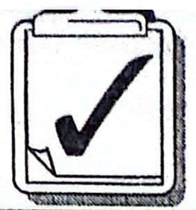
۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۷

۵۳- ک‌م‌م اعداد ۵۴ و ۴۸ و ۳۶ کدام است؟ (هماهنگ مدارس۸۶)

۱) ۶۴۸ ۲) ۵۷۶ ۳) ۴۳۲ ۴) ۲۸۸

۵۴- چند تا عدد وجود دارد که کوچک‌تر از صد بوده و بر ۶ و ۸ بخش‌پذیر باشند؟ (نمونه دولتی۸۷)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۱۷ ۴) ۲۲



۱- گزینه‌ی «۳»

$$\frac{(۴۸ \sqcap ۲۴) \sqcup ۱۲}{۱۸ \sqcup ۱۲} = \frac{۲۴ \sqcup ۱۲}{۳۶} = \frac{۲۴}{۳۶} = \frac{۲}{۳}$$

۲- گزینه‌ی «۲»

$۱۵۰ \sqcup ۱۲۰ = ۶۰۰$

پس هر ۶۰۰cm دو علامت رو بروی هم قرار می‌گیرند (چرخ A پنج دور و چرخ B چهار دور). چرخ B برای بار پنجم باید ۲۰ دور بزند، زیرا: $۴ \times ۵ = ۲۰$ دور

۳- گزینه‌ی «۳»

نکته‌ی ۳: اگر دو عدد را به عوامل اول تجزیه کنیم، برای محاسبه ب. م. م و ک. م.م از فرمول‌های زیر استفاده می‌کنیم:

حاصل‌ضرب عوامل مشترک با توان کم‌تر= ب.م.م

حاصل‌ضرب عوامل مشترک و غیرمشترک با توان بیش‌تر= ک.م.م

ب.م.م$= ۳^{۲} \times ۵^{۱} = ۹ \times ۵ = ۴۵$

۴- گزینه‌ی «۳»

$A = ۲ \times a^{۲}bc$ و $B = ۲ \times ۳ \times axb^{۲}$

$A \sqcap B = ۲ \times a \times b = ۲ab$

۵- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۲: اگر عدد A را به عوامل اول تجزیه کنیم: (c ، b ، a عوامل اولند)

$A = a^{\alpha} \times b^{\beta} \times c^{\gamma}$

تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد A برابر است با:

$n = (\alpha + ۱)(\beta + ۱)(\gamma + ۱)$

۳۶۰	۲
	۵
۳۶	۲
۱۸	۲
۹	۳
۳	۳
۱	

$۳۶۰ = ۲^{۳} \times ۳^{۲} \times ۵^{۱}$

تعداد مقسوم‌علیه‌ها $(۳ + ۱)(۲ + ۱)(۱ + ۱) = ۴ \times ۳ \times ۲ = ۲۴$

۶- گزینه‌ی «۳»

۷- گزینه‌ی «۳» با توجه به نکته‌ی ۲ داریم:

$۴۹^{۷} = (۷^{۲})^{۷} = ۷^{۱۴}$

$۱۵ = (۱ + ۱۴) =$ تعداد مقسوم‌علیه‌ها

۸- گزینه‌ی «۴»

نکته‌ی ۳: برای این که کسری را در یک مرحله ساده کنیم کافی است صورت و مخرج کسر را بر ب.م.م آن‌ها ساده کنیم.

	۲	۵	
۳۷۴	۱۷۰	(۳۴)	۰
۳۴۰	۱۷۰		

$\Rightarrow ۳۷۴ \sqcap ۱۷۰ = ۳۴$

$$\frac{-۱۷۰ \div ۳۴}{۳۷۴ \div ۳۴} = -\frac{۵}{۱۱}$$

۹- گزینه‌ی «۲»

نکته‌ی ۴: تنها عدد اول زوج عدد۲ است و بقیه اعداد اول فرد هستند، ضمن این که هر عدد اول دو مقسوم‌علیه دارد که عبارتند از یک و خودش.

۱۰- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۵: حاصل‌ضرب دو عدد = ک.م.م × ب.م.م

$$\begin{cases} a \times b = ۶ \times ۳۶ \\ a + b = ۳۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۱۲ \\ b = ۱۸ \end{cases}$$

بنابراین:

$۲a + b = ۲(۱۲) + ۱۸ = ۴۲$

۱۱- گزینه‌ی «۴»

۱۲- گزینه‌ی «۲»

$(۱۵۰۰ \sqcap ۱۴۰۰) \sqcap ۱۱۰۰ = ۱۰۰ \sqcap ۱۱۰۰ = ۱۰۰$

۱۳- گزینه‌ی «۴» با توجه به نکته‌ی ۵ داریم:

$$a \times b = (a \sqcap b)(a \sqcup b) \Rightarrow a = \frac{۳ \times ۱۳۵}{۱۵} = ۲۷$$

۱۴- گزینه‌ی «۳» با توجه به نکته‌ی ۲ داریم:

$A = ۲^{۱} \times ۳^{x}$

$۱۶ = (۱ + ۱)(x + ۱) \Rightarrow x + ۱ = ۸ \Rightarrow x = ۷$

۱۵- گزینه‌ی «۱»

> **نکته‌ی ۶: حاصل‌ضرب همه مقسوم‌علیه‌های هر عدد برابر است با خود عدد به توان نصف تعداد مقسوم‌علیه‌هایش، یعنی اگر تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد A را M فرض کنیم، حاصل‌ضرب مقسوم‌علیه‌های عدد A برابر است با:** $A^{\frac{M}{۲}}$

$۹^۹ = (۳^۲)^۹ = ۳^{۱۸}$

$۱۹ = ۱ + ۱۸ =$ تعداد مقسوم‌علیه‌های $۹^۹$

$(۹^۹)^{\frac{۱۹}{۲}} = \left[(۳^۲)^۹\right]^{\frac{۱۹}{۲}} = (۳^{۱۸})^{\frac{۱۹}{۲}} = ۳^{۱۷۱}$ = حاصل ضرب مقسوم علیه‌های $۹^۹$

۱۶- گزینه‌ی «۴»

۱۳۷۷	۳
۴۵۹	۳
۱۵۳	۳
۵۱	۳
۱۷	۱۷
۱	

$۱۳۷۷ = ۳^۴ \times ۱۷^۱$

$۱۰ = ۲ \times ۵ = (۱+۱)(۱+۴) =$ تعداد مقسوم‌علیه‌ها

۱۷- گزینه‌ی «۲»

$a \times b = (a \sqcap b)(a \sqcup b) \Rightarrow a = \frac{(a \sqcap b)(a \sqcup b)}{b} = \frac{۷ \times ۲۱۰}{۵} = ۴۲$

۱۸- گزینه‌ی «۱»

> **نکته‌ی ۷: اگر عدد A را به عوامل اول تجزیه کنیم، مقسوم‌علیه‌های اول A به دست می‌آیند.**

۹۰۰	۲
	۵
۹۰	۲
	۵
۹	۳
۳	۳
۱	

$۹۰۰ = ۲^۲ \times ۳^۲ \times ۵^۲$

$۲۷ = (۱+۲)(۱+۲)(۱+۲) =$ تعداد مقسوم‌علیه‌ها ۹۰۰

$\{۲,۳,۵\} =$ مجموعه مقسوم‌علیه‌های اول ۹۰۰

$۲۷ \div ۳ = ۹$

۱۹- گزینه‌ی «۳»

$x^{n+۱} \times y^۳ =$ عدد

$(n+۱+۱)(۳+۱) = ۲۴ \Rightarrow ۴(n+۲) = ۲۴ \Rightarrow n+۲ = ۶ \Rightarrow n = ۴$ = تعداد مقسوم‌علیه‌ها

۲۰- گزینه‌ی «۴»

$a = \frac{(a \sqcap b)(a \sqcup b)}{b} = \frac{۹ \times ۳۶۰}{۴۵} = ۷۲$

۲۱- گزینه‌ی «۲»

۲۲- گزینه‌ی «۴»

$(51 \sqcap 30) \sqcap 12 = 3 \sqcap 12 = 3$

۲۳- گزینه‌ی «۳»

$(2 \sqcup 3 \sqcup 5 \sqcup 7) + 1 = 210 + 1 = 211$

۲۴- گزینه‌ی «۳»

۲۵- گزینه‌ی «۱»

چون $a \sqcap b = 1$ است، باید $\frac{7}{91}$ را تا سرحد امکان ساده کنیم:

$\frac{a}{b} = \frac{7}{91} = \frac{1}{13} \Rightarrow a = 1$ و $b = 13$

$a + b = 1 + 13 = 14$

۲۶- گزینه‌ی «۴»

$(20 \sqcap 15) \sqcap 12 = 5 \sqcap 12 = 1$

$(20 \sqcup 15) \sqcup 12 = 60 \sqcup 12 = 60$

۲۷- گزینه‌ی «۱»

نکته‌ی ۸: اگر a , b اعدادی طبیعی باشد، آن‌گاه:

$(a^n \sqcap a) = a \qquad (n > 1)\ n \in \mathbb{N}$

$a \sqcup (a \sqcap b) = a$

$(a^3 \sqcap a) \sqcup (a \sqcap b) = a \sqcup (a \sqcap b) = a$

۲۸- گزینه‌ی «۳»

$72 = 2^3 \times 3^2$

تعداد مقسوم‌علیه‌های ۷۲ $= (3+1)(2+1) = 4 \times 3 = 12$

۲۹- گزینه‌ی «۴»

$(10 \sqcup 6) \sqcup 15 = 30 \sqcup 15 = 30$

۳۰- گزینه‌ی «۴»

$A = 2^a \times 3$ و $B = 2 \times 3^b$

$A \sqcup B = 2^a \times 3^b = 72 = 2^3 \times 3^2 \Rightarrow a = 3$ و $b = 2$

۳۱- گزینه‌ی «۱»

$A \sqcap B = 2^2 \times 3^2$

۳۲- گزینه‌ی «۲»

۱۸۰	۲
	۵
۱۸	۲
۹	۳
۳	۳
۱	

مجموعه مقسوم‌علیه‌های اول ۱۸۰ $= \{۲,۳,۵\}$

۳۳- گزینه‌ی «۲»

$(۶ \sqcup ۵ \sqcup ۴ \sqcup ۳ \sqcup ۲)+۱=۶۰+۱=۶۱$

۳۴- گزینه‌ی «۲»

مساحت مستطیل $= a\times b$

$a\times b=(a\sqcap b)(a\sqcup b)=۷\times ۱۴۰=۹۸۰$

۳۵- گزینه‌ی «۱»

$$\frac{a\sqcap (a\sqcup b)}{a\sqcup (a\sqcap b)}=\frac{a}{a}=۱$$

۳۶- گزینه‌ی «۴»

$(۳۵\sqcup ۱۴)\sqcup ۶=۷۰\sqcup ۶=۲۱۰$

بزرگ‌ترین عدد سه رقمی با این ویژگی برابر $۲۱۰\times ۴=۸۴۰$ می‌باشد.

۳۷- گزینه‌ی «۳»

$$\frac{۵^۲-۱^۲}{(۳۶\sqcup ۲۴)\sqcap (۳۲\sqcup ۸)}\div \frac{۲^۳\times ۱^۳}{(۲۴\sqcup ۴۸)}=\frac{۲۵-۱}{۷۲\sqcap ۳۲}\div \frac{۸\times ۱}{۴۸}=\frac{۲۴}{۸}\div \frac{۸}{۴۸}=\frac{۲۴}{۸}\times \frac{۴۸}{۸}=\frac{۳}{۱}\times \frac{۶}{۱}=۱۸$$

۳۸- گزینه‌ی «۱» هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک حداقل یک مقسوم‌علیه اول دارد.

۳۹- گزینه‌ی «۴» با توجه به نکته‌ی ۶ داریم:

$۱۰۰=۲^۲\times ۵^۲$

$M=(۲+۱)(۲+۱)=۳\times ۳=۹$

$۱۰۰^{\frac{۹}{۲}}=(۱۰^۲)^{\frac{۹}{۲}}=۱۰^۹$

۴۰- گزینه‌ی «۳»


نکته‌ی ۹: ب.م.م دو عدد اول برابر یک و ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل‌ضرب آن‌هاست.

$$\frac{x\sqcap y}{x\sqcup y}=\frac{۱}{xy}$$

۴۱- گزینه‌ی «۴»

$۱+۲+۳+۵+۶+۱۰+۱۵+۳۰=۷۲$

۴۲- گزینه‌ی «۱»

$A=۱\times۲\times۳\times۴\times۵\times۶\times۷\times۸\times۹\times۱۰$

$A=۱\times۲\times۳\times۲^{۲}\times۵\times۲\times۳\times۷\times۲^{۳}\times۵\times۲=۲^{۸}\times۳^{۴}\times۵^{۲}\times۷^{۱}$

تعداد مقسوم‌علیه‌های A $=(۸+۱)(۴+۱)(۲+۱)(۱+۱)=۹\times۵\times۳\times۲=۲۷۰$

۴۳- گزینه‌ی «۱»

> **نکته‌ی ۱۰:** ب.م.م دو عدد طبیعی برابر یک و ک.م.م آن‌ها برابر حاصل‌ضرب آن‌هاست.

۴۴- گزینه‌ی «۲»

$۱۸a \sqcap ۱۲a=۶a=۴۲ \Rightarrow a=۷$

$۱۸a \sqcup ۱۲a=۳۶a=۳۶\times۷=۲۵۲$

۴۵- گزینه‌ی «۳» چون این عدد دارای ۱۳ مقسوم‌علیه است لذا، به‌صورت $a^{۱۲}$ می‌باشد که مکعب آن برابر $(a^{۱۲})^{۳}=a^{۳۶}$ می‌باشد. بنابراین $۳۶+۱=۳۷$ مقسوم علیه دارد.

۴۶- گزینه‌ی «۳»

$۱ \sqcup ۲ \sqcup ۳ \sqcup ۴ \sqcup ۵ \sqcup ۶ \sqcup ۷=۴۲۰$

۴۷- گزینه‌ی «۳ و ۴» ک.م.م دو عدد نمی‌تواند برابر نصف مجموع آن عدد باشد مگر این‌که دو عدد مساوی باشند، در این‌صورت نصف مجموع آن دو عدد برابر است با هریک از آن دو عدد. بنابراین گزینه‌های ۳ و ۴ درست می‌باشند!

۴۸- گزینه‌ی «۳»

۴۹- گزینه‌ی «۴»

۵۰- گزینه‌ی «۳»

$(۱۳ \sqcup ۱۱) \sqcup ۷=۱۰۰۱$

اولین سال قرن بیست‌و یکم برابر $۱۰۰۱\times۲=۲۰۰۲$ می‌باشد، حال داریم: $۲۰۰۲+۳=۲۰۰۵$

۵۱- گزینه‌ی «۲»

۵۲- گزینه‌ی «۳» با توجه به نکته‌ی ۳ داریم:

	۱	۳	۲	
۵۹۴	۴۶۲	۱۳۲	۶۶	۰
۴۶۲	۳۹۶	۱۳۲		

$\Rightarrow ۵۹۴ \sqcap ۴۶۲=۶۶$

$\dfrac{۴۶۲^{\div۶۶}}{۵۹۴_{\div۶۶}}=\dfrac{۷}{۹}$

$a+b=۷+۹=۱۶$

۵۳- گزینه‌ی «۳»

(۵۴⊔۴۸)⊔ ۳۶ = ۴۳۲⊔ ۳۶ = ۴۳۲

۵۴- گزینه‌ی «۲»

۸ ⊔ ۶ = ۲۴

بنابراین اعداد عبارتند از: ۲۴ و ۴۸ و ۷۲ و ۹۶.

